

Formulación simplificada de un índice de sequía, empleando una distribución de probabilidad mezclada

• Alfonso Gutiérrez-López* •
Universidad Autónoma de Querétaro, México

*Autor para correspondencia

• José Vargas-Baecheler •
Universidad de Concepción, Chile

• Víctor Reséndiz-Torres •
Universidad Autónoma de Querétaro, México

• Ivonne Cruz-Paz •
Universidad del Valle de México

Resumen

Gutiérrez-López, A., Vargas-Baecheler, J., Reséndiz-Torres, V., & Cruz-Paz, I. (septiembre-octubre, 2016). Formulación simplificada de un índice de sequía, empleando una distribución de probabilidad mezclada. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 7(5), 135-149.

En la actualidad, muchos son los procedimientos para caracterizar el fenómeno de las sequías, la mayoría de ellos se basa en el Índice Estandarizado de Sequía (SPI), el cual se calcula a partir de registros históricos de precipitación para un cierto periodo de estudio. Esta serie de datos se estandariza empleando diversas distribuciones de probabilidad, lo que permite el análisis de los impactos de las sequías a distintas escalas de tiempo. Lo complejo de este procedimiento es el uso de diversas distribuciones de probabilidad y que ninguno de sus parámetros tiene un significado físico. Este artículo presenta una metodología para el cálculo simplificado del índice SPI, con base en la hipótesis de que una serie de eventos ocurre de forma aleatoria en el tiempo. Se emplea un proceso de Poisson para explicar el número de días de lluvia y una distribución exponencial para caracterizar las láminas medias de precipitación. Buscando una explicación física de los parámetros de dicha distribución de probabilidad mezclada (Poisson-exponencial) se correlacionan de modo directo con el índice SPI, obteniendo un índice modificado que simplemente se calcula contando el número de días de lluvia del periodo, representando de manera sencilla y confiable la condición de sequía. La metodología se aplica en ocho estados del norte de la república mexicana.

Palabras clave: sequía, distribución de Poisson, régimen de precipitación, índice estandarizado de precipitación.

Abstract

Gutiérrez-López, A., Vargas-Baecheler, J., Reséndiz-Torres, V., & Cruz-Paz, I. (September-October, 2016). Simplified Design of a Drought Index, Using a Mixed Probability Function. *Water Technology and Sciences (in Spanish)*, 7(5), 135-149.

Nowadays, there are many procedures to characterize the phenomenon of drought; most of them are based on the Standardized Precipitation Index (SPI), which is calculated based on historical records of rainfall for a certain period of study. This set of data is standardized using various probability distributions, which enables the analysis of the impacts of droughts at different time scales. The complexity of this process is the use of various probability distributions and that none of its parameters have a physical meaning. This paper presents a simplified methodology for calculating the SPI, based on the hypothesis that a series of events occur randomly in time. A Poisson process is used to explain the number of raining days and an exponential distribution to characterize the mean rainfall high. Looking for a physical explanation of the parameters of the distribution of mixed probability (Poisson-exponential), they correlate directly with the SPI index, obtaining a modified index is calculated simply by counting the number of raining days in the period; representing a simple and trustworthy way the condition of drought. The methodology is applied in eight northern states of the Mexican Republic.

Keywords: Drought, Poisson distribution, rainfall regimen, standardized precipitation index.

Recibido: 18/02/2016
Aceptado: 18/05/2016

Introducción

En la hidrología moderna es común observar series de eventos hidrometeorológicos que ocurren de manera aleatoria en el tiempo (Govindaraju, 2013). Los procesos de Poisson proporcionan modelos probabilísticos apropiados para explicar el número de eventos que ocurren o se producen a partir de cierto fenómeno (López-Segovia, Villaseñor-Alva, & Vaquera-Huerta, 2002). En hidrología es frecuente relacionar la distribución de Poisson con la ocurrencia de los eventos de precipitación, para explicar, por ejemplo, el intervalo de ocurrencia de tormentas como variables discretas, en donde se evalúa la ocurrencia o no de un evento de lluvia; intensidad y duración se presentan como dos variables aleatorias independientes y discretas (Tapsoba, 1997; Bacchi, Becciu, & Kottegoda, 1994; Le Barbé, Lebel, & Tapsoba, 2002; Gutiérrez-López, Descroix, & Lebel, 2002a). Incluso estudios tan precisos, como cuantificar el número de gotas, se basan en esta distribución. Calder (1986) propone un modelo estocástico de modelación de precipitación, el cual relaciona, mediante la distribución de Poisson, el número promedio de gotas de lluvia retenidas en una superficie dada con el número promedio de gotas de lluvia caídas. Lo anterior fundamenta la afirmación de que el proceso de Poisson es una herramienta adecuada para representar el comportamiento de fenómenos hidrometeorológicos (Ribstein, 1983; Wong, Lambert, Leonard, & Metcalfe, 2010; Sořáková De Michele, & Vezzoli, 2014; Sohrabi, Ryu, Abatzoglou, & Tracy, 2015). Cuando se utiliza el modelo mezclado Poisson-exponencial es posible evaluar también el riesgo hidrológico asociado con inundaciones y sequías de forma simultánea (Gutiérrez-López, Lebel, & Descroix, 2002b) de forma similar a un proceso jerarquizado de Neyman-Scott (Rodríguez-Iturbe, 1986). En esta distribución mezclada se demuestra que los parámetros de las dos distribuciones están relacionados a través de un factor de reducción de varianza, el cual es función de la estructura de correlación espacial de la precipitación (Cammalleri, Micale, & Vogt, 2016). Suponiendo que

la lámina media por evento de precipitación sigue una distribución exponencial, el parámetro de escala ajustado a partir de la serie de lluvia diaria adquiere el mismo valor del parámetro de escala de la distribución de valores extremos tipo Gumbel, ajustando los valores máximos de lluvia mensual (Sivapalan & Blöschl, 1998; Gutiérrez-López, Lebel, & Mejía, 2005). Trabajos similares reemplazando la distribución exponencial por la distribución gamma han sido desarrollados en cuencas con registros de precipitación horaria en el centro del Reino Unido y Estados Unidos (Eagleson, 1978; Onof & Wheater, 1994; Wilks, 1998). Asimismo, la distribución de Poisson suele emplearse para modelar periodos de sequía (Sharma, 1996; Cameron, Beven, & Tawn, 2000). Por lo general, los periodos de sequía y de humedad durante una temporada de lluvias tienden a conservarse y pueden ser modelados utilizando un proceso de Markov de orden uno. Una forma tradicional para el análisis de estos fenómenos mínimos consiste en mezclar más de dos distribuciones. Así, una función de probabilidad de Poisson delimita la ocurrencia de periodos de sequía; la distribución geométrica se utiliza para obtener las probabilidades asociadas con el número de periodos, y la distribución Weibull modela la precipitación total dentro de un periodo húmedo (Mirakbari, Ganji, & Fallah, 2010). El análisis completo, que requiere la estimación conjunta de los parámetros de estas distribuciones, arroja resultados relacionados con la probabilidad de que en un día cualquiera se presente sequía; la probabilidad de que un día seco sea consecutivo a otro día seco, o la probabilidad de que un día húmedo sea consecutivo a otro día húmedo. Si bien este tipo de resultados describen de forma adecuada el intervalo de tiempo entre periodos de sequía, es deseable correlacionar los parámetros de una distribución de probabilidad, por ejemplo, con algún índice de aridez. Éste es precisamente el tercer objetivo de este trabajo. Para el caso de caudales en un río, un esquema similar de detección del déficit o exceso de corrientes en un intervalo de tiempo puede ser modelado por una distribución de Poisson

(Coles, Pericchi, & Sisson, 2003; Hughes, 2003). Debido a que en la mayoría de los países los ingenieros civiles evalúan las crecientes de diseño utilizando la extrapolación de valores extremos para el diseño de estructuras hidráulicas, el pronóstico hidrológico se realiza a partir de una interpretación de las frecuencias de probabilidades de ocurrencia de los eventos máximos (Pandey & Nguyen, 1999). En virtud de que el nombre de valores extremos es asignado a estas distribuciones debido a que éstas pueden ser obtenidas como distribuciones límite de los valores grandes o pequeños entre variables aleatorias independientes, cada una teniendo una distribución continua (Pandey & Nguyen, 1999; Escalante & Reyes, 2002), puede entonces hacerse la hipótesis de que el proceso compuesto Poisson-exponencial representa fenómenos extremos de sequía o de inundación debido a que contiene una distribución de extremos. Esto permitiría asociar la distribución mezclada Poisson-exponencial con una ley de valores extremos; es decir, eventos definidos por un proceso de Poisson, que dan lugar a lluvias puntuales distribuidas de forma exponencial.

Proceso compuesto Poisson-exponencial (Ley Fuga)

Esta distribución mezclada de probabilidad tiene su origen en el estudio de series cronológicas de eventos separados por duraciones aleatorias. Las dos hipótesis de base son la estacionariedad, que significa que las propiedades estadísticas de la serie cronológica no cambian con el tiempo, y la independencia, que se refiere a que cada uno de dichos eventos ocurre de manera independiente de los demás. El nombre de “Ley Fuga” (*Loi de Fuites*) proviene del estudio que realizó M. Morlat (Babusiaux, 1969) en la distribución de los gastos que se fugaban de una red de distribución de gas en Francia. Consiste en utilizar simultáneamente una distribución de Poisson, para representar la probabilidad de ocurrencia de un evento y una distribución exponencial para expresar la magnitud media de dicho evento.

Si se considera una variable aleatoria $y \geq 0$, que sigue una distribución exponencial simple, con parámetro de escala β , su función de densidad puede expresarse como:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\beta} e^{-y/\beta} \quad (1)$$

Sea ℓ un número entero aleatorio que sigue una Ley de Poisson, de parámetro de forma $\lambda > 0$, el valor de su probabilidad será:

$$p_L(\ell) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^\ell}{\ell!} \quad (2)$$

Así, una variable aleatoria $X = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_\ell$ puede representarse como la suma de $\ell > 0$ variables aleatorias independientes que siguen un proceso compuesto Poisson-exponencial con parámetro de forma λ , que denota la tasa de llegadas de un evento por unidad de tiempo, y un parámetro de escala β . Respecto a la duración, es equivalente decir que un número de eventos $n(t)$ seguirá una Ley de Poisson para una duración t , o bien que el intervalo T entre dos eventos consecutivos sigue una ley exponencial sobre el mismo tiempo t .

$$f_T(t) = \frac{1}{\lambda} e^{-t/\lambda} \quad (3)$$

donde:

λ : duración entre eventos.

T : intervalo entre dos eventos.

Cabe recordar que la distribución exponencial es un caso particular de la llamada familia de distribuciones Gamma (Saporta, 1990). Sea $t_r = T_1 + T_2 + \dots + T_r$ la suma de r variables que siguen una distribución exponencial (ecuación (3)). Es sabido que la función de densidad de la suma de r variables aleatorias independientes es el producto de convolución de las densidades de cada una de ellas (Tapsoba, 1997), lo cual permite considerar T como una variable que define las probabilidades de tener 1, 2, o más eventos desde cero hasta T .

Así, la función de densidad de probabilidad de la llamada Ley Fuga (proceso compuesto Poisson-exponencial) para la variable reducida $U = X/\beta$ estará dada por la expresión:

$$f_U(u) = e^{-\lambda} \lambda e^{-u} \frac{I_1(2\sqrt{\lambda u})}{\sqrt{\lambda u}} \quad (4)$$

$$f(0) = f_0 = e^{-\lambda}$$

Donde:

λ es el parámetro de forma $\lambda > 0$ (número de eventos, días con lluvia dentro de un periodo de tiempo T).

β es el parámetro de escala $\beta > 0$ (lámina media de lluvia por evento).

I_1 es la función de Bessel de primer orden.

Es importante mencionar que este proceso compuesto Poisson-exponencial tiene una discontinuidad para el valor cero (excepto cuando $\lambda = 1$); es decir, la ordenada al origen tiene un valor de $\lambda e^{-\lambda}$. La figura 1 muestra las funciones de distribución y probabilidad de dicho proceso.

Estimación de parámetros

Considerando las hipótesis de esta distribución de probabilidad y el significado de los parámetros, se infiere que un procedimiento simple es el número de eventos nulos n_0 que existan en la muestra; esto es, el número de días secos, en la serie histórica de datos. Si $n_0 \neq 0$, el procedimiento de estimación requiere, para una correcta solución, tomar en cuenta el tamaño n de la muestra (Tapsoba, 1997). El logaritmo de la función de verosimilitud, de la cual se busca obtener el máximo, es la siguiente:

$$L = -\lambda n + \frac{(n - n_0)}{2} \log_e \frac{\lambda}{\beta} - \sum_{i=1}^{n-n_0} \frac{x_i}{\beta} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-n_0} \log_e x_i + \sum_{i=1}^{n-n_0} \log_e I_1 \left(2\sqrt{\frac{\lambda x_i}{\beta}} \right) \quad (5)$$

La anulación de las derivadas parciales de L respecto a λ y β conducen a un sistema de ecuaciones:

$$-n + \frac{n - n_0}{2\lambda} + \sum_{i=1}^{n-n_0} \frac{I_1'(z_i)}{I_1(z_i)} \frac{z_i}{2\lambda} = 0 \quad (6)$$

$$-\frac{n - n_0}{2\beta} + \sum_{i=1}^{n-n_0} \frac{x_i}{\beta^2} - \sum_{i=1}^{n-n_0} \frac{I_1'(z_i)}{I_1(z_i)} \frac{z_i}{2\beta} = 0 \quad (7)$$

en donde:

$$z_i = 2\sqrt{\frac{\lambda x_i}{\beta}} \quad (8)$$

$I_1'(z)$ es la primera derivada de $I_1(z)$. Resolviendo el sistema de ecuaciones miembro a miembro de las ecuaciones (6) y (7) se obtiene:

$$\bar{x} = \hat{\lambda} \hat{\beta} \quad (9)$$

Las propiedades de la función de Bessel permiten escribir la derivada de I_1 como:

$$I_1'(z) = I_0(z) - \frac{1}{z} I_1(z)$$

I_0 es la función de Bessel de orden cero. Empleando esta expresión en la ecuación (5) y sustituyendo $\bar{x}$ en la expresión (9) $\frac{z_i}{2\lambda} = \sqrt{\frac{x_i}{\bar{x}}}$ se obtiene:

$$g(\lambda) = \sum_{i=1}^{n-n_0} \frac{I_0(z_i)}{I_1(z_i)} \sqrt{x_i} - n\sqrt{\bar{x}} = 0$$

cuya solución es un valor único y positivo de $\hat{\lambda}$. La función $g(\lambda)$ es monótona y decreciente, su solución se encuentra en el intervalo $[10^{-4}, 5\hat{\lambda}_{\text{mom}}]$, en donde $\hat{\lambda}_{\text{mom}}$ corresponde al valor del parámetro estimado por el método de momentos. El valor de β se obtiene de la expresión (8). Le Barbé y Lebel (1997) proponen un procedimiento alternativo para la estimación de los parámetros del proceso compuesto Poisson-exponencial. Este método propone emplear el número promedio de días secos n_0 dentro del periodo T del total de n días. Tal procedimiento tiene una singular importancia, pues la información de los días secos no se emplea de manera directa en la estimación de parámetros de los métodos de momentos. De esta forma se tiene que los parámetros estará dados por:

$$\hat{\lambda} = -\log_e \left(\frac{n}{n_0} \right) \quad \hat{\beta} = \frac{\bar{x}}{\hat{\lambda}} \quad (10)$$

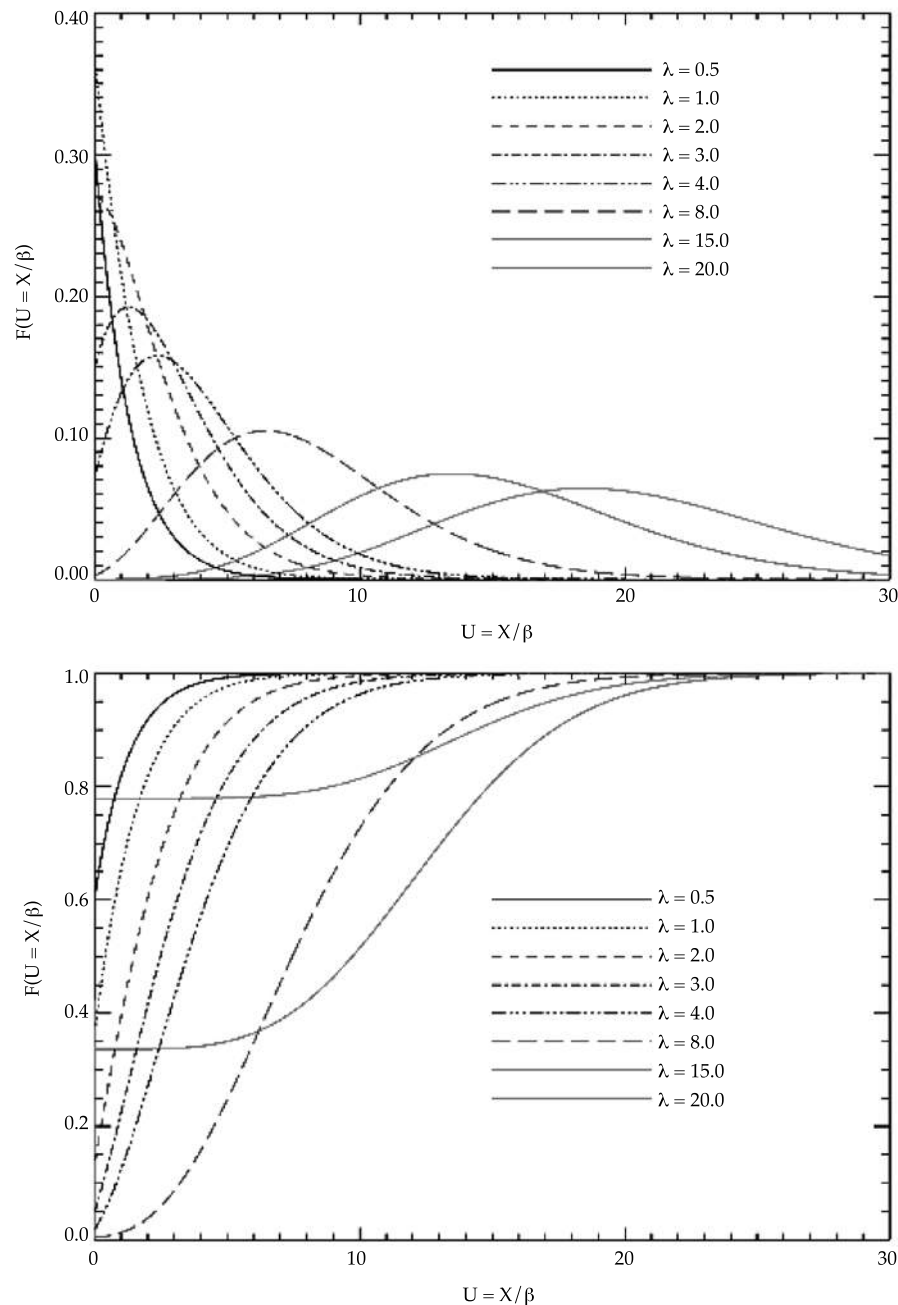


Figura 1. Funciones de densidad y acumulada para diferentes valores de λ .

Aplicación de la Ley Fuga

Para ejemplificar la aplicación de esta distribución en la modelación y análisis de la variabilidad espacial de la precipitación se seleccionaron ocho estados del norte de México, empleando series de lluvia diaria en registros

promedio de 50 años de extensión dentro de un periodo que comprende los años de 1960 a 2013. El número de estaciones es variable, sin embargo se considera bien representado para cada uno de los estados seleccionados: Aguascalientes (49 estaciones); Estado de México (38); Guanajuato (21); Jalisco (85); Michoacán (20);

Querétaro (31); San Luis Potosí (28), y Zacatecas (29). Para la validación del modelo se seleccionó la Región Hidrológica 10, situada al noroeste de la república mexicana. Las lluvias en esta zona se presentan en una época bien definida, pues el periodo más abundante se registra entre los meses de junio y octubre (Conagua, 2014). Sin embargo, es también una región sensible y expuesta a los cambios climáticos y a las sequías. Se han registrado largos periodos de sequía y también inundaciones provocadas principalmente por fenómenos meteorológicos extremos.

Validación del modelo

Se utilizaron las series históricas de las 93 estaciones climatológicas dentro de la región hidrológica 10 y se estimaron los parámetros del proceso compuesto Poisson-exponencial, empleando los tres procedimientos ya descritos. Con base en el estadístico χ^2 se seleccionaron los mejores ajustes y el método de momentos demostró, en la mayoría de los casos, dar el mejor ajuste a las muestras de datos (Gutiérrez-López et al., 2002b). Como se mencionó antes, el parámetro β ofrece una ventaja adicional, ya que con éste puede deducirse la distribución de la lluvia considerando diferentes intervalos de tiempo. Así, los parámetros λ^* y β^* deducidos en forma simplificada pueden estimarse de forma directa multiplicando por el intervalo de tiempo deseado. Es decir, los parámetros tienen un significado físico específico y pueden ser usados para diferentes valores de T . De esta forma, se tiene que el parámetro β permanece constante a lo largo del tiempo y el parámetro de forma λ puede calcularse para cualquier duración T , esto es:

$$\beta^* = \hat{\beta}; \quad \lambda_T^* = T\hat{\lambda}_T \quad (11)$$

Se aceptará que existe no estacionaridad en el caso de que el valor de λ tenga una variación mayor a 20% entre el valor máximo y mínimo dentro del periodo considerado. Esto quiere decir que se considerará como un proceso estacionario mientras se mantenga constante durante 80% del periodo; en caso contrario, el parámetro de escala debe estimarse como (Gutiérrez-López et al., 2002b):

$$\lambda_T^* = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{\lambda}(t) dt \quad (12)$$

Cuando se dispone de datos de lluvia diaria es recomendable elegir T igual a un día (Lebel & Le Barbé, 1997; Lebel, Taupin, & D'Amato, 1997). El cuadro 1 muestra la validación del modelo para la estación Tamazula para el periodo 1947-2005. Los parámetros estimados del análisis de la lluvia diaria por el método de momentos fueron $\hat{\lambda} = 0.654$ y $\hat{\beta} = 12.214$. De ellos se pueden deducir los parámetros, por ejemplo, para un intervalo de 10 días, empleando la ecuación (4). Esto es: $\lambda^* = 0.654 \times 10 = 6.54$ y $\beta^* = 12.214$. Mientras que los valores reales de los parámetros, estimados de la serie de datos original, para el intervalo de 10 días son $\hat{\lambda} = 7.071$; $\hat{\beta} = 11.465$. De la misma forma se pueden estimar los parámetros para la cualquier otra duración T deseada.

Una ventaja de utilizar este proceso compuesto Poisson-exponencial radica en la posibilidad de asociar sus parámetros con un significado físico, los cuales pueden ser relacionados con conceptos de la gestión del riesgo hidrológico, ya que el parámetro $\hat{\beta}$ puede asociarse con una medida de la probabilidad de lluvia extrema y $\hat{\lambda}$ puede relacionarse con la probabilidad de ocurrencia de lluvia (sequía), tal y como se desarrollará a continuación.

Cuadro 1. Validación de los valores de los parámetros de escala y forma del proceso compuesto Poisson-exponencial.

	Estimado de la serie de datos original	Estimado con la ecuación (4)
$t = 1$ día	$\hat{\lambda} = 0.654$ y $\hat{\beta} = 12.214$	-----
$t = 10$ días	$\hat{\lambda} = 7.071$ y $\hat{\beta} = 11.465$	$\lambda^* = 6.54$ y $\beta^* = 12.214$
$t = 30$ días	$\hat{\lambda} = 20.083$ y $\hat{\beta} = 12.33$	$\lambda^* = 20.274$ y $\beta^* = 12.214$

El parámetro λ de la Ley Fuga como índice de sequía

El índice de precipitación estandarizado SPI (Standardized Precipitation Index) es uno de los índices utilizados en el mundo para evaluar y monitorear las sequías (Palmer, 1965; McKee, Doesken, & Kleist, 1993; Edwards & McKee, 1997). En general, este índice se calcula para intervalos de tiempo entre 3 (valor de SPI mínimo) y 48 meses (valor de SPI máximo), y permite identificar y clasificar posibles zonas susceptibles a presentar algún tipo de daño por sequía. La metodología para el cálculo del SPI se fundamenta en el ajuste de una serie de registros históricos de precipitación total mensual a una función de distribución Gamma incompleta, y en la transformación de los datos resultantes a la función de distribución normal estándar. Cabe recordar que la deducción del proceso compuesto Poisson-exponencial empleando una distribución exponencial es un caso particular de la llamada familia de distribuciones Gamma. De esta forma, el SPI representa el número de desviaciones estándar que cada registro de precipitación se desvía del promedio histórico. Los registros de precipitación superiores al promedio histórico del mes correspondiente tendrán valores positivos del SPI (presencia de humedad), mientras que los registros de precipitación inferiores al promedio histórico arrojarán valores del SPI negativos (déficit de humedad),

tal como se muestra en el cuadro 2. Si bien se han propuesto otros índices de sequía simplificados (Pita, 2003; Karamouz, Rasouli, & Nazif, 2009), a la fecha ningún trabajo ha incluido de modo explícito el número de días lluviosos (intuitivamente incluido en la precipitación mensual) para estimar un índice de sequía. La aplicación del proceso compuesto Poisson-exponencial ofrece una ventaja, pues establece una relación del parámetro de posición de dicha distribución de probabilidad con el índice SPI (Kim, Valdés, & Yoo, 2006; Liu et al., 2013). Basados en el hecho de que un evento de sequía puede caracterizarse definiendo su régimen, es decir, su magnitud y frecuencia, parece apropiado introducir la variable correspondiente al número de días con lluvia.

De esta forma, se propone relacionar el índice tradicional de sequía SPI con el parámetro λ del proceso compuesto Poisson-exponencial. A partir de la estimación de parámetros propuesta por Babusiaux (1969), empleando la ecuación (10) y poniendo todo en función del índice SPI, se obtiene una relación SPI- λ , que permite estimar un índice modificado SPI*. Esta relación es de la forma:

$$SPI^*(\lambda) = \left[1 - (2 - \sqrt{2}) \sqrt{\frac{n_0}{n}} \right] \left[\frac{2\bar{x}^2}{s_x^2} - \text{Log}_e \frac{n}{n_0} \right] + \text{Log}_e \frac{n}{n_0} \quad (13)$$

Cuadro 2. Valores convencionales de los índices SPI y PDSI (NDMC, 2003; Hayes, 2000).

SPI	Condición	PDSI
+2.00 o más	Excepcionalmente húmedo	+5.00 a +6.00
+1.50 a +2.00	Extremadamente húmedo	+4.00 a +5.00
+1.20 a +1.50	Muy húmedo	+3.00 a +4.00
+0.80 a +1.20	Moderadamente húmedo	+2.00 a +3.00
+0.50 a +0.80	Humedad incipiente	+1.00 a +2.00
+0.50 a -0.50	Humedad cercana a la normal	+1.00 a -1.00
-0.5 a -0.8	Sequía incipiente	-1.00 a -2.00
-0.8 a -1.2	Sequía moderada	-2.00 a -3.00
-1.2 a -1.5	Sequía severa	-3.00 a -4.00
-1.50 a -2.00	Sequía extrema	-4.00 a -5.00
-2.00 o menos	Sequía excepcional	-5.00 a -6.00

Donde:

- λ es el número de eventos (días con lluvia) dentro de un periodo de tiempo T .
 SPI* es el índice de sequía estimado a partir del número de días con lluvia.

La figura 2 muestra la relación que existe entre el índice SPI y el valor del parámetro λ de la distribución de probabilidad Poisson-exponencial, representado con la letra L , para el mes de enero en el estado de Querétaro. De la misma forma, se obtuvieron las correlaciones para el resto de los estados analizados. En todos los casos se observa que existe una correlación promedio de 0.90, lo que garantiza una estimación confiable de la relación que existe entre el número de días con lluvia (λ) y el índice SPI. Las ecuaciones que predominan son los ajustes a rectas con valores agrupados en el valor de $\lambda < 0.40$ y después valores dispersos para valores superiores. A continuación se evalúan todos los meses del año para los estados en estudio. Los

resultados de este procedimiento se muestran en la ilustración 3. En este caso y por razones de espacio, sólo se muestran algunos de los ajustes más representativos en los estados, en los meses de mayor sequía histórica.

Discusión

Una vez que se verifica la correlación del índice de sequía SPI y el valor del parámetro λ de la distribución de probabilidad Poisson-exponencial para todos los meses más representativos de los estados analizados, se procede a calcular el valor de SPI* como un estimado del valor real de SPI. Es importante mencionar que en algunos de los estados de nuestro país, la condición del SPI medio es muy cercana a la condición del SPI mínimo, como puede observarse en las figuras 3b, 3d y 3e.

En estas condiciones ocurre en los meses de invierno (diciembre, enero y febrero) lo que caracteriza el régimen de precipitaciones típico de la zona central de nuestro país, con

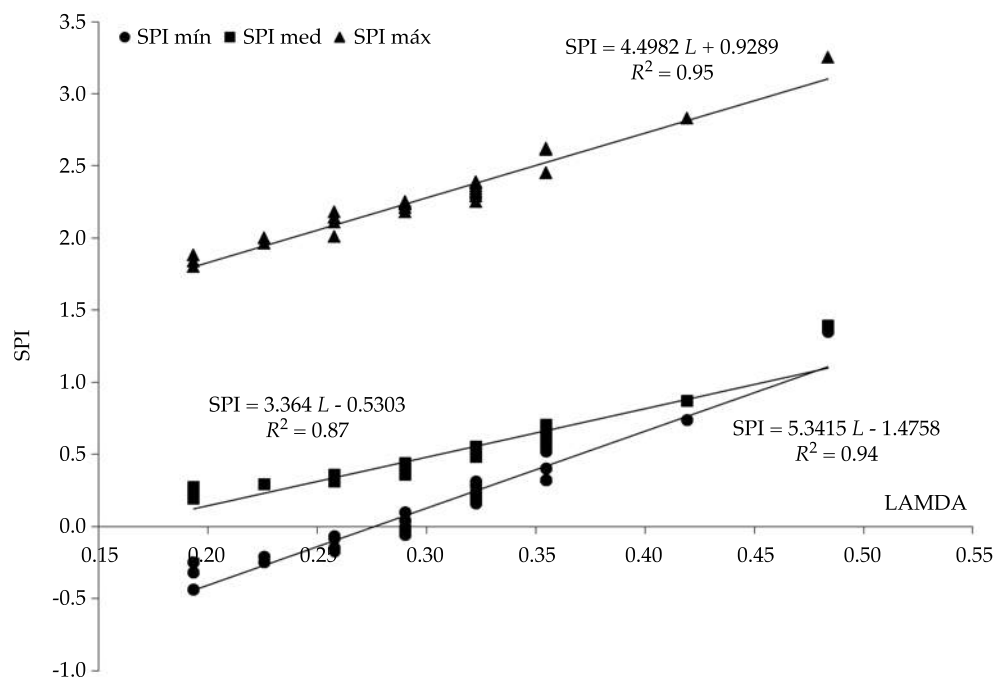


Figura 2. Correlación del índice de sequía SPI y el valor del parámetro λ del proceso compuesto Poisson-exponencial, para el mes de enero en el estado de Querétaro.

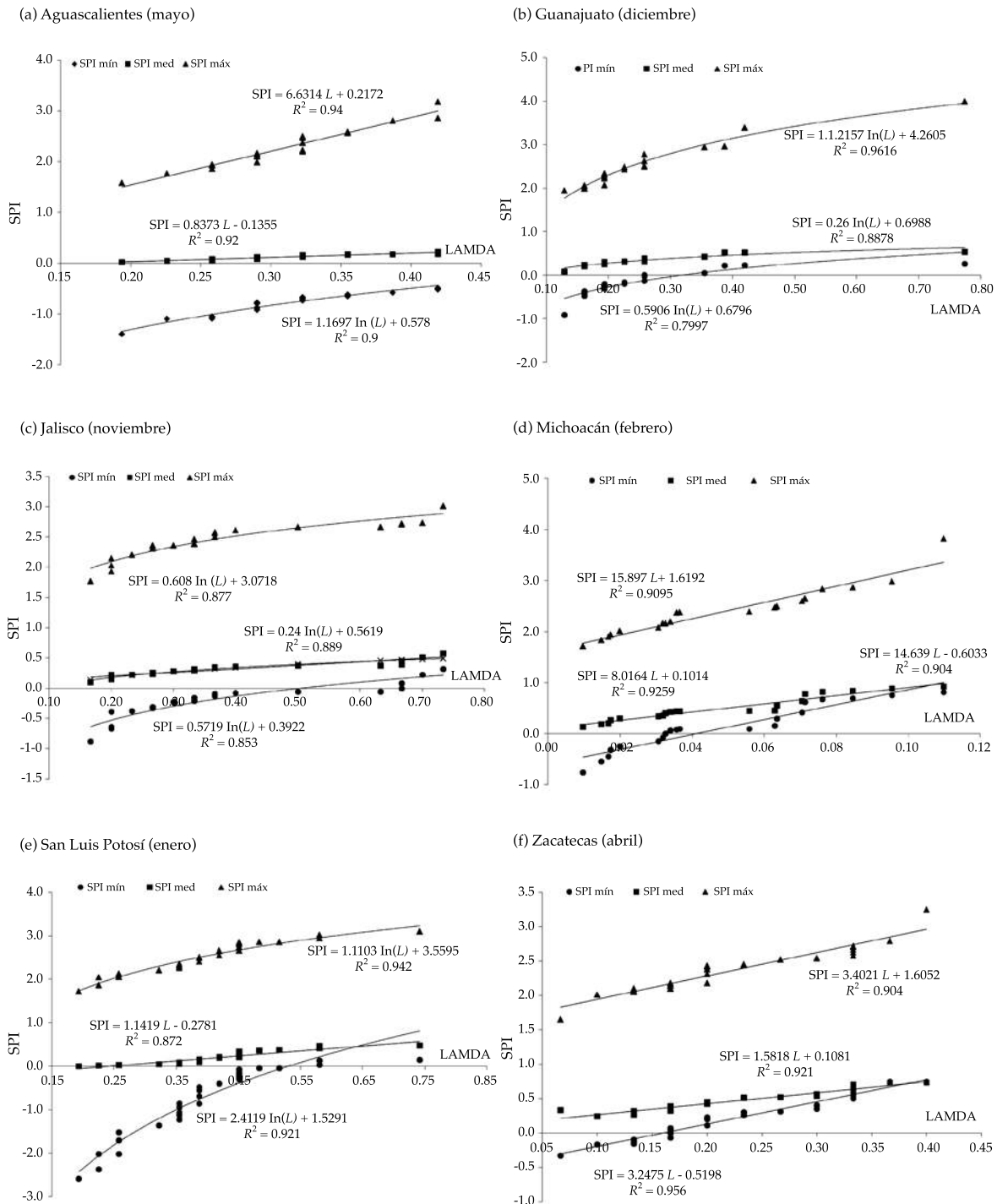


Figura 3. Correlación del índice de sequía SPI y el valor del parámetro λ del proceso compuesto Poisson-exponencial, para algunos de los meses más representativos de los estados analizados

escasa precipitación en dicho periodo. Para un mes históricamente seco, como abril, la figura 3f muestra las condiciones mínima y máxima también muy próximas. Sin embargo, para los meses considerados dentro de la temporada extendida de lluvia (mayo y noviembre), inicio y final de la temporada, respectivamente (figuras 3a y 3c), los patrones en el ajuste de los valores de SPI y el valor del parámetro λ se observan bien definidos, y separadas las condiciones mínima y media. A continuación se estiman los valores del índice SPI* para cada uno de los estados seleccionados, en cada una de sus estaciones climatológicas. Estos resultados se muestran en los cuadros 3 y 4, en forma com-

parativa con el valor del SPI tradicionalmente calculado según McKee et al. (1993), y Edwards y McKee (1997). Se puede observar cómo en todos los casos, excepto uno, la condición de sequía es la misma. Cabe mencionar que si bien el valor calculado no es el mismo, una vez que se compara la condición de sequía resulta la misma (cuadro 2). Los resultados muestran que el cálculo del parámetro SPI* preserva la condición de sequía de un evento, tal que éste se inicia cuando se observa a través del tiempo, una tendencia marcada de valores negativos continuos del SPI. De esta manera, el evento de sequía termina cuando el valor del SPI alcanza valores positivos. Sin embargo, como puede in-

Cuadro 3. Condición de sequía para el estado de Querétaro, según la formulación tradicional del índice SPI y la comparación con el índice SPI* basado en el número de días de lluvia del mes de enero.

Clave	Estación	SPI (McKee et al., 1993; Edwards & McKee, 1997)		SPI* calculado (Poisson-exponencial, 2016)	
		SPI (medio)	Clasificación de la sequía	SPI* = $3.364L - 0.5303$	Clasificación de la sequía
22001	Amealco, Amealco	0.195	Humedad cercana a la normal	0.121	Humedad cercana a la normal
22002	Ayutla, Arroyo Seco	0.198	Humedad cercana a la normal	0.121	Humedad cercana a la normal
22003	Cadereyta, Cadereyta	0.274	Humedad cercana a la normal	0.121	Humedad cercana a la normal
22004	El Batán, Corregidora	0.292	Humedad cercana a la normal	0.229	Humedad cercana a la normal
22006	El Pueblito, Corregidora	0.310	Humedad cercana a la normal	0.338	Humedad cercana a la normal
22008	Jalpan, Jalpan	0.320	Humedad cercana a la normal	0.338	Humedad cercana a la normal
22011	Pedro Escobedo	0.342	Humedad cercana a la normal	0.338	Humedad cercana a la normal
22012	Peñamiller, Peñamiller	0.356	Humedad cercana a la normal	0.338	Humedad cercana a la normal
22015	San Juan del Río (SMN)	0.359	Humedad cercana a la normal	0.446	Humedad cercana a la normal
22017	Tolimán, Tolimán	0.362	Humedad cercana a la normal	0.446	Humedad cercana a la normal
22018	Villa Corregidora	0.384	Humedad cercana a la normal	0.446	Humedad cercana a la normal
22029	Huimilpan, Huimilpan	0.484	Humedad cercana a la normal	0.555	Humedad cercana a la normal
22031	Presa Paso de Tablas, Teq.	0.502	Humedad cercana a la normal	0.555	Humedad cercana a la normal
22032	Presa Constitución, San Juan	0.506	Humedad cercana a la normal	0.555	Humedad cercana a la normal
22033	San Pablo, Amealco	0.514	Humedad cercana a la normal	0.555	Humedad cercana a la normal
22036	Arroyo Seco, Arroyo Seco	0.550	Humedad cercana a la normal	0.555	Humedad cercana a la normal
22042	La Llave, San Juan del Río	0.555	Humedad cercana a la normal	0.555	Humedad cercana a la normal
22045	Juriquilla, Querétaro	0.571	Humedad cercana a la normal	0.663	Humedad cercana a la normal
22046	Nogales, Colón	0.572	Humedad cercana a la normal	0.663	Humedad cercana a la normal
22047	Presa El Capulín, Amealco	0.637	Humedad cercana a la normal	0.663	Humedad cercana a la normal
22049	El Zamorano, Colón	0.707	Humedad cercana a la normal	0.663	Humedad cercana a la normal
22051	El Comedero, Peñamiller	0.873	Humedad cercana a la normal	0.880	Humedad cercana a la normal
22056	Higuerillas, Cadereyta	1.391	Muy húmedo	1.097	Moderadamente húmedo

Cuadro 4. Condición de sequía para el estado de Querétaro, según la formulación tradicional del índice SPI y la comparación con el índice SPI* basado en el número de días de lluvia del mes de mayo.

Clave	Estación	SPI (McKee et al., 1993; Edwards & McKee, 1997)		SPI* calculado (Poisson-Exponencial, 2016)	
		SPI (mínimo)	Clasificación de la sequía	$SPI^* = 2.1631 \ln(L) + 1.1158$	Clasificación de la sequía
22001	Amealco, Amealco	-2.070	Sequía excepcional	-2.103	Sequía excepcional
22002	Ayutla, Arroyo Seco	-1.720	Sequía extrema	-1.332	Sequía severa
22003	Cadereyta, Cadereyta	-1.650	Sequía extrema	-1.332	Sequía severa
22004	El Batán, Corregidora	-1.500	Sequía extrema	-1.125	Sequía moderada
22006	El Pueblito, Corregidora	-1.090	Sequía moderada	-1.125	Sequía moderada
22008	Jalpan, Jalpan	-1.050	Sequía moderada	-1.125	Sequía moderada
22011	Pedro Escobedo	-1.020	Sequía moderada	-1.125	Sequía moderada
22012	Peñamiller, Peñamiller	-0.970	Sequía moderada	-1.125	Sequía moderada
22015	San Juan del Río (SMN)	-0.840	Sequía moderada	-1.125	Sequía moderada
22017	Tolimán, Tolimán	-0.840	Sequía moderada	-1.054	Sequía moderada
22018	Villa Corregidora	-0.820	Sequía moderada	-0.937	Sequía moderada
22029	Huimilpan, Huimilpan	-0.810	Sequía moderada	-0.764	Sequía incipiente
22031	Presa Paso de Tablas, Teq.	-0.810	Sequía moderada	-0.764	Sequía incipiente
22032	Presa Constitución, San Juan	-0.780	Sequía incipiente	-0.764	Sequía incipiente
22033	San Pablo, Amealco	-0.750	Sequía incipiente	-0.764	Sequía incipiente
22036	Arroyo Seco, Arroyo Seco	-0.750	Sequía incipiente	-0.764	Sequía incipiente
22042	La Llave, San Juan del Río	-0.750	Sequía incipiente	-0.764	Sequía incipiente
22045	Juriquilla, Querétaro	-0.730	Sequía incipiente	-0.764	Sequía incipiente
22046	Nogales, Colón	-0.670	Sequía incipiente	-0.764	Sequía incipiente
22047	Presa El Capulín, Amealco	-0.660	Sequía incipiente	-0.604	Sequía incipiente
22049	El Zamorano, Colón	-0.610	Sequía incipiente	-0.604	Sequía incipiente
22051	El Comedero, Peñamiller	-0.580	Sequía incipiente	-0.604	Sequía incipiente
22056	Higuerillas, Cadereyta	-0.480	Humedad cercana a la normal	-0.454	Humedad cercana a la normal

tuirse, para una estimación exhaustiva de una condición de sequía o aridez se deben estimar otros índices empleando distintas variables, como precipitación, evapotranspiración, caudales en cauces naturales, niveles de lagos y embalses, niveles de acuíferos, etc. (Maity, Sharma, Nagesh-Kumar, & Chanda, 2013).

Conclusiones

La lluvia en el norte de la república mexicana es sin duda un fenómeno complejo de estudiar. Sin embargo, los resultados de la aplicación del proceso compuesto Poisson-exponencial en esta zona del país han permi-

tido un conocimiento simple del fenómeno, a partir de sólo contar el número de días de lluvia. La Ley Fuga, como se le conoce, muestra ventajas. En un principio facilitó conocer la distribución espacial y temporal de la lluvia, a través de la obtención de los dos parámetros de la distribución, tal como lo demostraron Chulsang, Daeha, Tae-Woong y Kyu-Nam (2008). La sencillez de dichos parámetros permitió encontrar relaciones simples con su entorno geográfico y físico.

Se demuestra que el modelo propuesto es significativamente consistente con la descripción de los cambios asociados con los fenómenos extremos, pues permite identificar en una forma

confiable la condición de sequía de una zona a través de la evolución del parámetro λ . Para la mejor aplicación del procedimiento propuesto se presenta el Anexo A, en donde se muestran el total de ecuaciones para los ocho estados analizados a lo largo del año. Las ecuaciones son muy sencillas y representan la variabilidad del fenómeno de sequía de 1960 a 2013. Es suficiente tener acceso a datos diarios de precipitación y realizar un análisis de frecuencia con la ecuación (4), estimando sus parámetros con las ecuaciones (5) a (10). A continuación se debe verificar la propiedad aditiva de los parámetros, según se propone en las ecuaciones (11) y (12). Por último, se cuenta el número de días con lluvia para el mes analizado; por ejemplo, seis días de lluvia promedio para el mes de enero en Amealco, Querétaro, esto es, $\lambda = 6/31 = 0.1936$, que sustituyendo este valor en la ecuación de SPI* media presentada en el Anexo A, se obtiene $SPI^* = 0.121$, condición de sequía equivalente a “humedad cercana a la normal”; misma condición

obtenida de la aplicación del cálculo tradicional del índice SPI. Es así como se considera que la metodología propuesta y el empleo del proceso compuesto Poisson-exponencial se adaptan a las necesidades de estimación del riesgo hidrológico y permiten profundizar en el conocimiento de la climatología regional del norte de la república mexicana.

Respecto a la comparación entre el índice SPI y el número de días con lluvia, se puede observar que el parámetro λ por sí solo representa de forma aceptable un riesgo de sequía y que permite obtener a través de una relación sencilla el índice tradicional de sequía SPI. El proceso compuesto Poisson-exponencial permite estimar de manera rápida y confiable un índice de sequía que en lo general es difícil estimar y sobre todo de interpretar. Cabe mencionar que estos índices de aridez suelen apreciarse también a través de diversas características fisiográficas o climatológicas de la región, como el potencial de evaporación (Arora, 2002).

Anexo A. Ecuaciones para el cálculo de la condición de sequía (SPI), empleando el número de días de lluvia λ .

		Aguascalientes	Estado de México	Guanajuato	Jalisco
Enero	Mín.	$SPI = 2.1198 L - 1.067$	$SPI = 4.7697 L - 1.7198$	$SPI = 1.1772 \ln(L) + 1.0521$	$SPI = 5.5132 L + 0.0094$
	Med.	$SPI = 0.9012 L - 0.0738$	$SPI = 3.6879 L^{2.2191}$	$SPI = 1.4797 L - 0.2155$	$SPI = 14.028 L - 0.9193$
	Máx.	$SPI = 5.0045 L + 0.9168$	$SPI = 4.4137 L^{0.5037}$	$SPI = 1.1794 \ln(L) + 3.742$	$SPI = 23.337 L + 1.3916$
Febrero	Mín.	$SPI = 0.7793 \ln(L) + 1.1632$	$SPI = 4.4369 L - 1.5511$	$SPI = 1.0051 \ln(L) + 1.5377$	$SPI = 3.3928 L - 0.5588$
	Med.	$SPI = 0.392 \ln(L) + 0.9858$	$SPI = 2.4675 L^{1.7621}$	$SPI = 0.4616 \ln(L) + 1.111$	$SPI = 1.7774 L^{0.8198}$
	Máx.	$SPI = 6.7212 L + 0.7142$	$SPI = 1.265 e^{1.9999 L}$	$SPI = 1.4956 \ln(L) + 4.7404$	$SPI = 3.3779 L + 1.5388$
Marzo	Mín.	$SPI = 3.6147 L - 0.1466$	$SPI = 1.1938 \ln(L) + 0.9374$	$SPI = 9.0688 L - 1.9433$	$SPI = 0.6636 \ln(L) + 1.7166$
	Med.	$SPI = 2.5172 L + 0.2527$	$SPI = 2.5389 L^{2.2154}$	$SPI = 15.265 L^{2.3798}$	$SPI = 0.5052 \ln(L) + 1.6211$
	Máx.	$SPI = 7.0078 L + 1.1569$	$SPI = 4.4326 L^{0.5125}$	$SPI = 15.769 L^{1.1779}$	$SPI = 0.8193 \ln(L) + 4.0796$
Abril	Mín.	$SPI = 2.8415 L - 0.6699$	$SPI = 4.7189 L - 3.3246$	$SPI = 4.0933 L - 1.6687$	$SPI = 3.9557 L - 0.6343$
	Med.	$SPI = 1.541 L^{0.9242}$	$SPI = 0.002 e^{7.7424 L}$	$SPI = 1.3071 L - 0.1653$	$SPI = 2.7022 L - 0.055$
	Máx.	$SPI = 3.726 L + 1.2808$	$SPI = 0.9375 e^{1.6779 L}$	$SPI = 7.8405 L + 0.1171$	$SPI = 1.9066 e^{1.1295 L}$
Mayo	Mín.	$SPI = 1.1697 \ln(L) + 0.578$	$SPI = 3.4139 \ln(L) - 0.0745$	$SPI = 4.1397 L - 2.7999$	$SPI = 4.19 L - 1.9891$
	Med.	$SPI = 0.8373 L - 0.1355$	$SPI = 0.4564 L - 0.2397$	$SPI = 0.6292 L - 0.1684$	$SPI = 1.8807 L^{2.1574}$
	Máx.	$SPI = 6.6314 L + 0.2172$	$SPI = 2.2894 \ln(L) + 2.93$	$SPI = 4.3293 L + 0.3558$	$SPI = 1.4133 e^{1.3361 L}$
Junio	Mín.	$SPI = 2.574 \ln(L) - 0.03$	$SPI = 3.8822 L - 4.6468$	$SPI = 8.0486 L - 7.1462$	$SPI = 3.6454 \ln(L) - 0.1636$
	Med.	$SPI = 0.4708 L - 0.2181$	$SPI = 0.4265 L - 0.2984$	$SPI = 0.8645 L - 0.5467$	$SPI = 0.3736 L - 0.2054$
	Máx.	$SPI = 3.8053 L - 0.1456$	$SPI = 0.4736 e^{1.8081 L}$	$SPI = 5.433 L - 1.9128$	$SPI = 0.5287 e^{2.0056 L}$
Julio	Mín.	$SPI = 3.756 L - 4.4262$	$SPI = 5.3854 L - 6.0263$	$SPI = 4.2992 L - 4.8967$	$SPI = 6.7904 \ln(L) - 0.4224$
	Med.	$SPI = 0.4633 L - 0.32$	$SPI = 0.4932 L - 0.3623$	$SPI = 0.461 L - 0.3249$	$SPI = 0.4645 L - 0.3521$
	Máx.	$SPI = 4.4924 L^{1.9258}$	$SPI = 2.8201 L^{2.0036}$	$SPI = 3.6083 L^{1.5825}$	$SPI = 0.1669 e^{3.1715 L}$
Agosto	Mín.	$SPI = 2.7258 \ln(L) - 0.2203$	$SPI = 4.4066 L - 5.0641$	$SPI = 4.3371 L - 4.6674$	$SPI = 3.8731 \ln(L) - 0.6868$
	Med.	$SPI = 0.3582 L - 0.1731$	$SPI = 0.4884 L - 0.3521$	$SPI = 0.4874 L - 0.3086$	$SPI = 0.2748 L - 0.1795$
	Máx.	$SPI = 3.7586 L^{1.2858}$	$SPI = 0.8239 e^{1.2194 L}$	$SPI = 2.0734 \ln(L) + 2.7367$	$SPI = 0.6461 e^{1.6659 L}$

Septiembre	Mín.	$SPI = 2.6318 \ln(L) + 0.1261$	$SPI = 3.5855 \ln(L) - 0.7107$	$SPI = 4.1565L - 4.5179$	$SPI = 2.758 \ln(L) + 0.9552$
	Med.	$SPI = 0.5114 L - 0.2193$	$SPI = 0.4904 L - 0.3476$	$SPI = 0.3862L^{7.2451}$	$SPI = 1.1181 L - 0.4077$
	Máx.	$SPI = 3.5437 L^{1.0853}$	$SPI = 3.4947 \ln(L) + 2.8464$	$SPI = 2.9811L^{1.1275}$	$SPI = 4.0283 L + 0.5607$
Octubre	Mín.	$SPI = 1.4517 \ln(L) + 0.506$	$SPI = 1.562 \ln(L) - 0.3399$	$SPI = 1.4285 \ln(L) + 0.0708$	$SPI = 1.1693 \ln(L) - 0.3281$
	Med.	$SPI = 0.9981 L^{2.2301}$	$SPI = 0.3521 L - 0.121$	$SPI = 0.2338 \ln(L) + 0.2811$	$SPI = 0.1354 \ln(L) + 0.1809$
	Máx.	$SPI = 3.7774 L + 0.6306$	$SPI = 1.5364 \ln(L) + 2.7965$	$SPI = 1.1913 \ln(L) + 3.0004$	$SPI = 2.8101 L^{0.3723}$
Noviembre	Mín.	$SPI = 3.217 L - 0.9645$	$SPI = 1.4547 \ln(L) + 0.7965$	$SPI = 0.8591 \ln(L) + 0.9083$	$SPI = 0.5719 \ln(L) + 0.3922$
	Med.	$SPI = 1.38 L - 0.0104$	$SPI = 1.003 L - 0.2136$	$SPI = 1.3032 L - 0.0627$	$SPI = 0.24 \ln(L) + 0.5619$
	Máx.	$SPI = 4.4486 L^{0.4885}$	$SPI = 2.1622 \ln(L) + 4.9147$	$SPI = 1.1702 \ln(L) + 4.0784$	$SPI = 0.608 \ln(L) + 3.0718$
Diciembre	Mín.	$SPI = 4.0484 L - 1.1414$	$SPI = 6.1976 L - 1.9903$	$SPI = 0.5906 \ln(L) + 0.6796$	$SPI = 0.4932 \ln(L) + 0.3827$
	Med.	$SPI = 1.883 L - 0.1188$	$SPI = 6.5009 L^{2.4748}$	$SPI = 0.26 \ln(L) + 0.6988$	$SPI = 0.1783 \ln(L) + 0.5155$
	Máx.	$SPI = 4.1526 L^{0.4682}$	$SPI = 1.1834 e^{2.6358 L}$	$SPI = 1.2157 \ln(L) + 4.2605$	$SPI = 4.7815 L + 0.9552$

Anexo A. Ecuaciones para el cálculo de la condición de sequía (SPI), empleando el número de días de lluvia λ (continuación).

		Michoacán	Querétaro	San Luis Potosí	Zacatecas
Enero	Mín.	$SPI = 18.513L - 1.118$	$SPI = 5.3415 L - 1.4758$	$SPI = 2.4119 \ln(L) + 1.5291$	$SPI = 2.4463 L - 1.0427$
	Med.	$SPI = 8.6146L - 0.115$	$SPI = 3.364 L - 0.5303$	$SPI = 1.1419 L - 0.2781$	$SPI = 0.0921 e^{3.2929 L}$
	Máx.	$SPI = 15.218L + 1.7685$	$SPI = 4.4982 L + 0.9289$	$SPI = 1.1103 \ln(L) + 3.5595$	$SPI = 3.1158 L + 1.5664$
Febrero	Mín.	$SPI = 14.639L - 0.6033$	$SPI = 1.2802 \ln(L) + 2.0643$	$SPI = 1.8446 \ln(L) + 1.5617$	$SPI = 0.6648 \ln(L) + 1.022$
	Med.	$SPI = 8.0164L + 0.1014$	$SDI = 0.6274 \ln(L) + 1.428$	$SPI = 0.3972 \ln(L) + 0.7029$	$SPI = 0.3599 \ln(L) + 0.9581$
	Máx.	$SPI = 15.897L + 1.6192$	$SPI = 5.8657 L^{0.5826}$	$SPI = 0.9402 \ln(L) + 3.6397$	$SPI = 1.1444 \ln(L) + 4.0017$
Marzo	Mín.	$SPI = 0.5979 \ln(L) + 2.4724$	$SPI = 0.9164 \ln(L) + 1.596$	$SPI = 2.1855 \ln(L) + 2.1661$	$SPI = 0.842 \ln(L) + 2.0056$
	Med.	$SPI = 12.293L + 0.1617$	$SPI = 0.5067 \ln(L) + 1.2898$	$SPI = 2.187 L - 0.4009$	$SPI = 3.6414 L + 0.0453$
	Máx.	$SPI = 23.199L + 1.7119$	$SPI = 5.3723 L + 1.0837$	$SPI = 3.5904 L + 1.2149$	$SPI = 1.3176 \ln(L) + 4.9408$
Abril	Mín.	$SPI = 6.176L + 0.0648$	$SPI = 5.2691 L - 2.0731$	$SPI = 6.0426 L - 2.8676$	$SPI = 3.2475 L - 0.5198$
	Med.	$SPI = 11.265L - 0.6988$	$SPI = 4.5624 L^{2.6192}$	$SPI = 1.2722 L - 0.2726$	$SPI = 1.5818 L + 0.1081$
	Máx.	$SPI = 11.981L + 1.9738$	$SPI = 5.2516 L + 0.3947$	$SPI = 3.1819 L + 1.2224$	$SPI = 3.4021 L + 1.6052$
Mayo	Mín.	$SPI = 5.3881L - 1.7338$	$SPI = 2.1631 \ln(L) + 1.1158$	$SPI = 1.5886 \ln(L) + 0.007$	$SPI = 1.4083 \ln(L) + 1.1657$
	Med.	$SPI = 1.1792L - 0.0489$	$SPI = 1.1099 L - 0.311$	$SPI = 0.4205 L - 0.123$	$SPI = 1.22 L - 0.1845$
	Máx.	$SPI = 7.0514L + 1.1123$	$SPI = 3.1182 L + 0.6043$	$SPI = 2.405 L + 0.9533$	$SPI = 1.2642e^{1.9916 L}$
Junio	Mín.	$SPI = 0.6164L - 4.217$	$SPI = 4.1222 L - 3.4613$	$SPI = 4.557 L - 3.9842$	$SPI = 2.2934 \ln(L) + 0.0825$
	Med.	$SPI = 0.0577L - 0.1919$	$SPI = 0.7549 L - 0.3397$	$SPI = 0.4759 L - 0.194$	$SPI = 0.5374 L - 0.2291$
	Máx.	$SPI = 0.4764L - 0.053$	$SPI = 2.8141 L + 0.3001$	$SPI = 3.3646 L + 0.3275$	$SPI = 3.0751 L + 0.3572$
Julio	Mín.	$SPI = 5.6131L - 4.7579$	$SPI = 2.346 \ln(L) + 0.428$	$SPI = 3.4218 L - 3.5257$	$SPI = 2.6702 L - 3.062$
	Med.	$SPI = 0.4956L - 0.2288$	$SPI = 0.8609 L - 0.3636$	$SPI = 0.3977 L - 0.1827$	$SPI = 0.3136 L - 0.1519$
	Máx.	$SPI = 2.5988L + 0.5955$	$SPI = 3.2038 L^{0.9948}$	$SPI = 2.5079 L + 0.691$	$SPI = 3.2977 L + 0.33$
Agosto	Mín.	$SPI = 4.4194L - 3.8375$	$SPI = 2.1166 \ln(L) + 0.4269$	$SPI = 3.0105L - 3.007$	$SPI = 2.1946 \ln(L) - 0.1036$
	Med.	$SPI = 0.4546L - 0.1947$	$SPI = 0.7152 L - 0.2544$	$SPI = 0.3189L - 0.1069$	$SPI = 0.4546 L - 0.2063$
	Máx.	$SPI = 4.2408L^{1.0637}$	$SPI = 3.1514 L + 0.2581$	$SPI = 1.0944e^{1.2427L}$	$SPI = 3.1946 L^{0.8452}$
Septiembre	Mín.	$SPI = 2.9536 \ln(L) + 0.8106$	$SPI = 3.6749 L - 3.066$	$SPI = 2.8075 L - 3.127$	$SPI = 1.7118 \ln(L) - 0.1787$
	Med.	$SPI = 0.6012L - 0.225$	$SPI = 0.8371 L^{3.9063}$	$SPI = 0.3212 L - 0.1294$	$SPI = 0.4399 L - 0.1749$
	Máx.	$SPI = 5.0473L^{1.1496}$	$SPI = 3.4711 L - 0.0141$	$SPI = 2.5281 L + 0.692$	$SPI = 1.3817 \ln(L) + 2.9076$
Octubre	Mín.	$SPI = 1.9056 \ln(L) + 1.5694$	$SPI = 1.487 \ln(L) + 0.7302$	$SPI = 3.7443 L - 2.8359$	$SPI = 3.0948 L - 2.0169$
	Med.	$SPI = 0.9724L - 0.1336$	$SPI = 0.3526 \ln(L) + 0.5312$	$SPI = 0.7301 L^{2.7367}$	$SPI = 0.7654 L^{1.9607}$
	Máx.	$SPI = 1.2109 \ln(L) + 3.904$	$SPI = 2.9386 L + 0.7578$	$SPI = 3.7117 L + 0.658$	$SPI = 4.6949 L + 0.4538$
Noviembre	Mín.	$SPI = 0.7781 \ln(L) + 1.5378$	$SPI = 1.0301 \ln(L) + 1.3444$	$SPI = 1.4483 \ln(L) + 0.6895$	$SPI = 2.6008 L - 0.9177$
	Med.	$SPI = 0.2507 \ln(L) + 0.8839$	$SPI = 0.3818 \ln(L) + 0.9088$	$SPI = 1.8983 L^{2.6655}$	$SPI = 1.2978 L - 0.0566$
	Máx.	$SPI = 0.6232 \ln(L) + 3.9355$	$SPI = 3.0197 L^{0.2418}$	$SPI = 0.9799 \ln(L) + 3.6353$	$SPI = 3.4942 L + 1.3534$
Diciembre	Mín.	$SPI = 0.695 \ln(L) + 1.8087$	$SPI = 0.9637 \ln(L) + 1.6571$	$SPI = 1.5359 \ln(L) + 1.1605$	$SPI = 2.6381 L - 1.0126$
	Med.	$SPI = 5.3223L - 0.0089$	$SPI = 0.5204 \ln(L) + 1.3119$	$SPI = 0.3778 \ln(L) + 0.6587$	$SPI = 1.014 L^{1.0007}$
	Máx.	$SPI = 18.057L + 1.4411$	$SPI = 0.952 \ln(L) + 3.807$	$SPI = 1.0866 \ln(L) + 4.022$	$SPI = 4.088 L^{0.5036}$

Referencias

- Arora, V. K. (2002). The Use of the Aridity Index to Assess Climate Change Effect on Annual Runoff. *Journal of Hydrology*, 265(1-4), 164-177.
- Babusiaux, C. (1969). *Etude statistique de la loi des fuites*. Thèse 3^{ème} cycle. Paris: Faculté des Sciences de Paris.
- Bacchi, B., Becciu, G., & Kottegoda, N. (1994). Bivariate Exponential Model Applied to Intensities Y Durations of Extreme Rainfall. *Journal of Hydrology*, 155(1-2), 225-236.
- Calder, I. R. (1986). A Stochastic Model of Rainfall Interception. *Journal of Hydrology*, 89(1-2), 65-71.
- Cameron, D., Beven, K., & Tawn, J. (2000). An Evaluation of Three Stochastic Rainfall Models. *Journal of Hydrology*, 228(1-2), 130-149.
- Cammalleri, C., Micale, F., & Vogt, J. (2016). A Novel Soil Moisture-Based Drought Severity Index (DSI) Combining Water Deficit Magnitude and Frequency. *Hydrol. Process.*, 30, 289-301, doi: 10.1002/hyp.10578.
- Chulsang, Y., Daeha, K., Tae-Woong, K., & Kyu-Nam, H. (2008). Quantification of Drought Using a Rectangular Pulses Poisson Process Model. *Journal of Hydrology*, 355, 34-48.
- Coles, S., Pericchi, L., & Sisson, S. (2003). A Fully Probabilistic Approach to Extreme Rainfall Modeling. *Journal of Hydrology*, 273(1-4), 35-50.
- Conagua (2014). *Estadísticas del agua en México*. México, DF: Comisión Nacional del Agua. Recuperado de <http://www.conagua.gob.mx/CONAGUA07/Publicaciones/Publicaciones/EAM2014.pdf>.
- Eagleson, P. S. (1978). Climate, Soil, and Vegetation: 2. The Distribution of Annual Precipitation Derived from Observed Storm Sequences. *Water Resources Research*, 14(5), 713-721.
- Edwards, D. C., & McKee, T. B. (1997). *Characteristics of 20th Century Drought in the United States at Multiple Time Scales* (155 pp.). Paper No. 634. Climatology Report No. 97-2. Fort Collins, USA: Colorado State University. Department of Atmospheric Science.
- Escalante, C., & Reyes, L. (2002). *Técnicas estadísticas en hidrología* (298 pp.). México, DF: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM.
- Govindaraju, R. (2013). Special Issue on Data-Driven Approaches to Droughts. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000812, 735-736.
- Gutiérrez-López, A., Descroix, L., & Lebel, T. (2002a). *Rainfalls Regionalisation, in North Mexico generating Regional Vectors*. Conference on Water Resources Planning and Management and Symposium on Managing the Extremes-Floods and Droughts, ASCE, EWRI, Roanoke, Virginia, USA.
- Gutiérrez-López, A., Lebel, T., & Descroix, L. (2002b). *Statistical Analysis for Modelling the Hydrological Risk in Northern Mexico*. International Association for Hydraulic Research (IAHR) Hydraulic and Hydrological Aspects of Reliability and Safety of Hydraulic Structures, St. Petersburg, Russia.
- Gutiérrez-López, A., Lebel, T., & Mejía, R. (2005). Estudio espacio-temporal del régimen pluviométrico en la zona meridional de la Rep. Mexicana. *Ingeniería Hidráulica en México*, 20(1), 57-65.
- Hayes, M. (2000). *Drought Indices*. Recuperado de <http://www.drought.unl.edu/dm/archive/99/classify.htm>.
- Hughes, R. (2003). On Detecting Anomalous Behaviour in Runs. *Journal of Hydrology*, 278(1-4), 253-266.
- Karamouz, M., Rasouli, K., & Nazif, S. (2009). Development of a Hybrid Index for Drought Prediction: Case Study. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000022, 617-627.
- Kim, T., Valdés, J., & Yoo, C. (2006). Nonparametric Approach for Bivariate Drought Characterization Using Palmer Drought Index. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0699(2006)11:2(134), 134-143.
- Le Barbé, L., & Lebel, T. (1997). Rainfall Climatology of the HAPEX-Sahel Region during the Years 1950-1990. *Journal of Hydrology*, 188-189(1-4), 43-73.
- Le Barbé, L., Lebel, T., & Tapsoba, D. (2002). Rainfall Variability in West Africa during the Years 1950-1990. *Journal of Climate*, 15(2), 187-202.
- Lebel, T., Taupin, J., & D'Amato, N. (1997). Rainfall Monitoring during HAPEX-Sahel. 1. General rainfall conditions and climatology. *Journal of Hydrology*, 188-189(1-4), 74-96.
- Lebel, T., & Le Barbé, L. (1997). Rainfall Monitoring during HAPEX-Sahel. 2. Point and Areal Estimation at the Event and Seasonal Scales. *Journal of Hydrology*, 188-189(1-4), 97-122.
- Liu, L., Hong, Y., Looper, J., Riley, R., Yong, B., Zhang, Z., Hocker, J., & Shafer, M. (2013). Climatological Drought Analyses and Projection Using SPI and PDSI: Case Study of the Arkansas Red River Basin. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000619, 809-816.
- López-Segovia, L., Villaseñor-Alva, J., & Vaquera-Huerta, H. (2002). Dos pruebas de bondad de ajuste para procesos de Poisson no homogéneos. *Revista Agrociencia*, 36, 703-712.
- Maity, R., Sharma, A., Nagesh-Kumar, D., & Chanda, K. (2013). Characterizing Drought Using the Reliability-Resilience-Vulnerability Concept. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000639, 859-869.
- McKee, T., Doesken, N., & Kleist, J. (1993). *Drought Monitoring with Multiple Time Scales*. American Meteorological Society (pp. 233-236). 9th Conference on Applied Climatology.
- Mirakbari, M., Ganji, A., & Fallah, S. (2010). Regional Bivariate Frequency Analysis of Meteorological Droughts. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000271, 985-1000.
- NDMC (2003). *National Drought Mitigation Center. NDMC web-site*. University of Nebraska at Lincoln. Recovered from www.drought.unl.edu.
- Onof, C., & Wheeler, H. (1994). Improvements to the

- Modelling of British Rainfall Using a Modified Ryom Parameter Bartlett-Lewis Rectangular Pulse Model. *Journal of Hydrology*, 157(1-4), 177-195.
- Palmer, W. C. (1965). *Meteorological Drought* (58 pp.). Research Paper No. 45. Washington, DC: US Department of Commerce, Weather Bureau.
- Pandey, G., & Nguyen, V. (1999). A Comparative Study of Regression Based Methods in Regional Flood Frequency Analysis. *Journal of Hydrology*, 225(1-2), 92-101.
- Pita, M. (2003). *Un nouvel indice de sécheresse pour les domaines méditerranéens. Application au bassin du Guadalquivir (sud-ouest de l'Espagne)* (pp. 225-234). Vol. 13. Nice: Association Internationale de Climatologie.
- Ribstein, P. (1983). Loi des fuites. *Cahiers, Orstom, série Hydrologie*, 20(2), 117-141.
- Rodríguez-Iturbe, I. (1986). Scale of Fluctuation of Rainfall Models. *Water Resources Research*, 22(9), 15s-37s.
- Saporta, G. (1990). *Probabilités, analyse des données et statistique* (493 pp.). Paris: Editions Technip.
- Sharma, T. (1996). Simulation of the Kenyan Longest Dry y Wet Spells y the Largest Rain-Sums using a Markov Model. *Journal of Hydrology*, 178(1-4), 55-67.
- Sivapalan, M., & Blöschl, G. (1998). Transformation of Point Rainfall to Areal Rainfall: Intensity-Duration-Frequency Curves. *Journal of Hydrology*, 204(1-4), 150-167.
- Sohrabi, M., Ryu, J., Abatzoglou, J., & Tracy, J. (2015). Development of Soil Moisture Drought Index to Characterize Droughts. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0001213, 04015025.
- Soľáková, T., De Michele, C., & Vezzoli, R. (2014). Comparison between Parametric and Nonparametric Approaches for the Calculation of Two Drought Indices: SPI and SSI. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000942, 04014010.
- Tapsoba, D. (1997). *Caracterisation evenementielle des regimes pluviométriques Ouest Africains et de leur recent changement*. Th. D. Paris: Université de Paris XI (Orsay).
- Wilks, D. S. (1998). Multisite Generalization of a Daily Stochastic Precipitation Generation Model. *Journal of Hydrology*, 210(1-4), 178-191.
- Wong, G., Lambert, M. F., Leonard, M., & Metcalfe, A. V. (February, 2010). Drought Analysis Using Trivariate Copulas Conditional on Climate States. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(2), 129-141.

Información institucional de los autores

Dr. M. Alfonso Gutiérrez-López

Universidad Autónoma de Querétaro
Centro de Investigaciones del Agua, CIAQ
Cerro de las Campanas, s/n, Col. Las Campanas
76010 Querétaro, Querétaro, MÉXICO
Teléfono: +52 (442) 1921 200, extensión 6401
alfonso.gutierrez@uaq.mx

Dr. José Leopoldo Vargas Baecheler

Universidad de Concepción
Centro de Recursos Hídricos para la Agricultura y la Minería (CRHIAM)
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Civil
Edmundo Larenas 219 Oficina 422a, CHILE
Teléfono: +56 (41) 2204 764
Fax: +56 (41) 2207 089
jvargas@udec.cl

Ing. Víctor Reséndiz Torres

Universidad Autónoma de Querétaro
Centro de Investigaciones del Agua, CIAQ
Cerro de las Campanas, s/n, Col. Las Campanas
76010 Querétaro, Querétaro, MÉXICO
Teléfono: +52 (442) 1921 200, extensión 6038
valfonso.resendizt89@hotmail.com

Ivonne Cruz Paz

Universidad del Valle de México, Campus Querétaro
División de Negocios, Humanidades y Sociales
Blvd. Juriquilla 1000-A, Del. Santa Rosa Jáuregui
76230 Santiago de Querétaro, Querétaro, MÉXICO
ifilacphi@uaq.mx